



titates  $z$  &  $r$  cognitæ sunt (dantur enim semidiameter speculi, ac puncti lucidi a vertice distantia)  $z$  vero &  $f$  quæsitæ ac incognitæ. Jam in Triangulo DAB, erit  $\angle DAB : \angle ADB :: r : b$ . Item in Triangulo DBC,  $\angle BDC = \angle ADB$ , ex naturâ Reflexionis, &  $\angle DBC = \angle DAB + \angle ADB$ , ex Elem. Eucl. Ergo cum  $\angle DBC$  sit ut  $r + b$ , &  $\angle BDC$  ut  $b$ ; erit etiam  $\angle DBC : \angle BDC :: r + b : b$ , & (quod ex principio supra memorato consequitur)  $DC : BC :: r + b : b$ . Sed quoniam punctum  $D$  ipsi  $E$  proximum est, erit  $DC$  ipsi  $CE$  equalis estimanda, ergo  $CE : BC :: r + b : b$ ; hoc est  $f : z :: r + b : b$ , & (comparando Antecedentium & Consequentium summas ad Antecedentes)  $f + z : f :: r + z b : r + b$ ; sed  $f + z = r$ , ergo  $r : f :: r + z b : r + b$ , ergo  $f = \frac{r r + r b}{r + r b}$ . Q: E: I.

Si ponatur  $r + b (= AE) = d$ , Theorema in formam contractionem redigetur, & sic stabit  $f = \frac{r d}{2 d - r}$ . Sed utrovis modo, focorum inventioni, quæcunq; tandem sit, vel Speculi forma, vel radiorum conditio, aptum evadet.

*Coroll. I.* Erit  $z d = d f - r f$ , five  $AE \times BC = AB \times CE$ , vel quod idem est, linea  $AE$  harmonicè dividitur in punctis  $A, B, C, E$ ; nam prædicta Rectangulorum equalitas, lineæ secundum proportionem harmonicam sectæ, propria est. Patet hæc veritas: Est enim  $f = \frac{dr}{2d-r}$ , &  $z = r - f = r - \frac{dr}{2d-r}$ , unde valores hosce substituendo, Equatio manifesta fiet. Adeo ut in omni Speculo Spherico, lineæ  $DA, DB, DC, DE$ , sunt Harmonicales; & Punctum radians, Centrum, Focus, Vertex sunt puncta divisionem Harmonicam efficientia.

*Coroll. II.* 1<sup>ma</sup> Posito  $d > r$ ; erit ex calculo  $f$ , five  $\frac{r d}{2 d - r} > \frac{r}{2}$  semper. Hoc est, si puncti radiantis distantia major sit Semidiametro Speculi, foci distantia semper major erit quarta parte Diametri.

Item, erit  $\frac{r d}{2 d - r} < r$  semper. Hoc est, distantia foci semper erit minor speculi semidiametro.

2<sup>do</sup>. Si ponatur  $d = r$ , erit  $\frac{r d}{2 d - r}$ , five  $f = r$ . Hoc est, si punctum radians in centro speculi constituitur, Imago ejus ibi cum eo unietur.

3<sup>a</sup> Si ponatur  $d < r$ , tum ipsius  $f$  expressio erit vel positiva vel negativa vel infinita, prout quantitas  $2d$  quantitate  $r$  vel major est vel minor, vel ei equalis.

Si  $2d > r$ , hoc est, si  $d > \frac{r}{2}$ , tum punctum radians & focus ad easdem partes speculi jacent.

Si  $2d < r$ , vel  $d < \frac{r}{2}$ , tum Imago, in axe ultra speculi verticem producta, fita est.

Si  $2d = r$ , vel  $d = \frac{r}{2}$ , Imago infinitè distat, sive radius reflexus, axi parallelus evadit.

*Coroll. III.* Calculi hujus ope expeditè determinari potest, quomodo objecti radiantis (speculi respectu) motui, ipsius Imaginis motus respondet. Sit (ut an ea) Imaginis a speculo distantia  $= \frac{dr}{2d-r}$ , quando objecti distantia est  $d$ . Mutetur jam utcumque objecti distantia, & ex  $d$ , fiat  $nd$ , quantitate  $n$  Numerum vel integrum vel fractum designante: & sic loco prioris Equationis,  $f = \frac{dr}{2d-r}$ , habebimus pro Novo Foco aſſam Equationem,  $F = \frac{ndr}{2nd-r}$ . Et quidem si  $n$  Numerum integrum exprimere supponatur, secunda hæc objecti distantia primâ major erit, si vero sit fractus, tum minor erit primâ.

Hiscæ positis, si  $d > r$ , &  $n$  sit integer, erit  $F < f$ , id est, erit  $\frac{ndr}{2nd-r} < \frac{dr}{2d-r}$ , sive  $2nddr - ndr < 2nddr - dr^2$ , quod manifestum est. Hoc est, si in speculo concavo objecti distantia major sit semidiametro, tum recedente objecto a speculo, Imago versus speculum accedet. Rursus, designet  $n$  Numerum fractum, & tunc reperietur  $2nddr - ndr > 2nddr - dr^2$ , sive  $F > f$ . Hoc est, accedente objecto ad speculum recedet Imago.

Supponatur jam  $d < \frac{r}{2}$ ; ut & alia quæcunque sit objecti distantia  $nd$  intelligatur ea semper minor esse quam  $\frac{r}{2}$ . Tum erunt  $2nddr - ndr$ , &  $2nddr - dr^2$ , quantitates negative, sive  $ndrr - 2nddr$ , &  $dr^2 - 2nddr$  quantitates positivæ. Et quidem si  $n$  numero integro æquetur, erit  $ndrr - 2nddr > dr^2 - 2nddr$ , sive  $F > f$ ; si vero a fractio sit, tum erit  $ndrr - 2nddr < dr^2 - 2nddr$ , sive  $F < f$ . Hoc est, si in speculo concavo objecti distantia minor sit speculi Diametri quantâ parte, tum recedente

dente objecto a speculo, recedet & Imago; vel accedente objecto versus speculum, Imago etiam accedet.

Et hæc omnia (quæ calculi vestigia premendo deduximus) Scholio unico conclusit, & in suâ Catoptricâ tradidit D. *Gregorius* apud Oxonienses Astronomiæ Professor.

*Coroll. IV.* In Equatione  $f = \frac{dr}{2d-r}$ , si ponatur  $d$  infinita, erit  $f = \frac{r}{2}$ ; quæ regula est pro Radiis parallelis, sive pro ob-  
jecto radiante ad distantiam infinitam remoto. Idem seque-  
tur,posito  $b$  infinito in Equatione  $f = \frac{rr+rb}{r+2b}$ .

*Coroll. V.* In Equatione  $\frac{dr}{2d-r}$ , mutato quantitatis  $r$  signo  
negativo in positivum, erit  $f = \frac{dr}{2d+r}$ ; vel in equatione  $f = \frac{rr+br}{r+2b}$ ,  
 $\frac{rb-rr}{2b-r}$ , mutato signo positivo in negativum, erit tunc  $f = \frac{rb-rr}{2b-r}$ , quæ regulam exhibet pro speculo versus objectum ra-  
dians *convexo*. Patet hæc mutatio signi; nam sicut in specu-  
lo concavo  $d = r + b$ , sic in convexo  $d = b - r$ .

*Coroll. VI.* In speculo convexo (stantibus quæ ad Cor. III. annoravimus de Concavo) patebit quod (si  $n$  sit numerus in-  
teger)  $2rndd + ndr r > 2rndd + drr$ ; & ( $n$  fra-  
ctione existente) quod  $2rndd + ndr r < 2rndd + drr$ .  
Hoc est, quod recedente objecto a speculo, vel versus idem  
accedente Imago similiter recedet vel accedet.

Patet etiam in speculo convexo, objecto ad immensam usq;  
distantiam retrocedente, Imaginem tamen illius non ultra  
Diametri partem quartam abire a vertice, sed ibi, in puncto,  
centrum inter & verticem medio, se sistere. Posito enim  $d$   
vel  $b$  infinito, erit  $f = \frac{dr}{2d}$  vel  $\frac{br}{2b}$ , id est (utrovis modo)  $= \frac{r}{2}$ .

Hicce adjungi potest & Problematis Catoptrici solutio, Ra-  
diantis positionem respectu speculi dati ralem invenire, ut radi-  
ans ad ipsius Imaginem a speculo factum, datam habent rationem.  
Sit Ratio data  $r : q$ . & symbolo  $O$  designetur Objectum,  $I$   
Imago,  $d$  distantia objecti, &  $f$  imaginis a speculo. Jam  
(quod demonstravit D. Greg.) erit  $O : I :: d : f$ , (hoc est Ob-  
jectum & Imago sunt distantis suis a speculi vertice directe  
proportionales) & quoniam requiritur ut sit  $O : I :: r : q$ ,  
debet

( 1814 )

debet etiam esse  $d : f :: r : q$ , vel (ipsius  $f$  expressionem scribendo)  $d : \frac{dr}{2d-r} :: r : q$ , unde  $2ddq - r dq = r dr$ , &  $2dq = rr + qr$ , &  $d = \frac{rr+rq}{2q}$ . Unde quoniam  $dr = \frac{rrr+rrq}{2q}$ , &  $2d - r = \frac{rr}{q}$ , erit etiam  $f$  sive  $\frac{dr}{2d-r} = \frac{rrr+rrq}{2q}$   $= \frac{rr}{q} = \frac{qrrr+qqr}{2qrr} = \frac{r+q}{2}$ , quæ est ipsius  $f$ , sive imaginis a speculo distantia, huic objecti distantiae congrua. Ergo si statuatur objectum ad distantiam  $\frac{rrxrg}{2q}$ , ipsius Imago facta ad distantiam  $\frac{r+q}{2}$  ei comparata, eandem habebit rationem, quam  $q : r$ , sive erit  $O : I :: r : q$ . Nam  $O : I :: d : f :: \frac{rr+rq}{2q} : \frac{r+q}{2} :: r : q$ .  $Q : E : I$ .

Objectum Radians & Imaginem hic tanquam lineas consideravimus. Si enim Superficies sunt, tum erit  $O : I :: d : f$ , &  $d : f :: r : q$ , sic ut ultimo deveniatur ad Equationem  $4dd - 4qdr = r^2 - qrr$ , e qua radicis  $d$  valor, Methodis vulgaribus facillimè inveniri potest.

L O N D O N,

Printed for Sam. Smith and Benj. Walford, Printers to the Royal Society,  
at the *Princes Arms* in *St Paul's Church-yard*, 1705.